

# 依托网络的中学数学建模“双课堂”教与学的实践和探索

张思明 冯海君 檀晋轩 凌艺国 辛 华

(北京大学附属中学 北京第十九中学 北京第十五中学)

## 一、项目的缘起——数学建模走进中学课堂的困惑

北京市是开展中学数学建模教学实践较早的地区，早在 1993 年，北京大学附属中学就开展了数学建模的教与学的活动，以后的十多年中逐渐带动了一批中学进行数学建模的教学实践活动，产生了较为丰富的教学成果。我们的前期成果（北京市第一届基础教育教学成果一等奖，1999 年）主要解决了数学建模该不该、能不能进入中学的问题。我们的成果进入了国家高中数学课程标准。

随之带来的，也是许多数学教师感到困惑的问题——“数学建模虽然在国家课程标准有要求，但没课时，没时间、没条件、没有教材和教参、学生基础差，这些问题导致想做却做不了”等等。数学建模要真正进入中学课堂需要实际解决以下这些问题：

中学数学建模有没有节省时间的教与学的形式？

有没有能真实激发学生自主学习的建模活动平台？

能不能让基础差的学生也参与数学建模？

作为教师自己没有学过数学建模、又要指导学生做这件事、怎么上手呢？

有没有不求人就能找到的、源源不断的建模教学资源？

……

为了回答这些问题，在北京市教育学会、首都师范大学课程中心的帮助下，我们于 2008 年 10 月利用“张思明工作室”的工作机制，加入了北京市重点课题“深化教学方式改革与信息技术的科学应用”项目，将利用网络进行建模教学实验做为该项目的数学学科子项目<sup>1</sup>。4 所学校（北大附中、北京 19 中、北京 15 中，北京亦庄开发区实验学校）将中学数学建模课程，发展成依托网络平台、真实课堂和虚拟课堂结合的“双课堂”模式。从 2008 年 10 月到 2010 年 6 月进行了两轮比较完整的教学实验（后来北大附中、19 中、15 中坚持了后续的课程实践到现在）。从 2010 年 7 月到 2011 年 8 月，课题组又进行了项目的总结研讨。取得了可喜的教与学的成果。

## 二、解读“双课堂”的教育价值和目标

“双课堂”模式是教学方式上的一次新的尝试，原本为解决高中课程“选修模块”的教学困难——主要有教师资源不足、教学组织困难等而发起的。目标明确定位为：“深化教学方式改革与信息技术的科学应用”，实施途径是“虚拟教室”与现实课堂的整合教学，简称“双课堂”模式。“双课堂”的教学模式契合了新课程所倡导的教与学的方式，是新课程理念实现的一条有效途径。其主要特点如下：

“双课堂”结合“虚拟教室”与现实课堂，其“虚拟教室”是凭借网络开发出来的教学专用工具，主要功能包括：为师生提供可选择的资源；为师生提供彰显个性化学习的合作探究空间；师生利用这一空间进行学习的结果，整合生成新的供师生共享的教学资源；学生在“虚拟课堂”的学习过程可得到同步完整、准确的记录。实际操作中能够节省不少于 30%—50% 的真实课时，同时又有高于实际课堂的学生学习的参与度。借助网络，教育资源不再是高中示范校向普通完中校、农村校单向地输出所谓“优质资源”，双课堂的教学实验中，所有专家、教师、学生甚至家长可以共同参与建设课程，这些变化都向我们显露一种具有开放性、生成性的新的课程形态和课程文化。

“双课堂”的教学模式形成不同于传统课堂的教与学的关系。“双课堂”致力于为全体学生提供

<sup>1</sup> 本项目是北京教育学会立项的北京市高中新课程改革重点项目“深化教学方式的改革与信息技术的科学应用”的子项目，立项时间 2008 年 8 月，结题时间 2011 年 11 月。

多样化、可选择的学习内容，倡导积极主动、勇于探索的学习方式；通过双课堂的平台，整合信息技术与数学课程，提高教学效率和学生在学习活动中的参与程度；努力建立更有效合理、科学的评价体系；发展学生自主的学习能力和创新精神。在教学过程中，教师的角色由“决定者”、“评判者”转向“帮助者”、“指导者”，从“重结果”变成“重过程”。这种教学模式，将直接影响到教师的教学观念和教学方式，给教师带来一种全新的教学体验。

数学建模“双课堂”课程项目的实施目标如下：

1. 努力实践了国家数学新课程标准中的以下几条核心理念

努力为全体学生提供多样化、可选择的学习内容；倡导积极主动、勇于探索的学习方式；发展学生的数学应用意识；注重信息技术与数学课程的整合；努力建立合理、科学的评价体系。

2. 努力解决了数学建模进入高中数学课程中的实际困难

探索通过两种课堂的结合，实施数学建模教学活动的可能，积累在较大范围、特别是对基础相对薄弱的学生开展建模教与学的经验，落实课程标准中对数学建模的要求。

3. 作为一种基于网络的数学课程探索，在以下几个方面有所突破：

(1) 为师生提供了较为丰富的学习资源。充分利用了网络和数学建模过程生成的大量生动具体的教学、学习资源，形成校本教研的课题和新的资源包，为课程今后的发展自储能量。

(2) 真实地改变教与学的方式，为师生双方的发展搭建有效的创新实践的平台。在实际教学过程中有效实现人机结合、人网结合，真实地节省约 50%的真实课堂的课时，提高课时效率。

(3) 作为数学的活动课，探索有效的操作模式、学习模式、指导模式、评价模式、资源筛选扩充模式等。培养学生在生活中发现和提出问题的能力，主动学习、合作学习的能力。更好地理解数学和生活的关系和学科价值。

(4) 作为可视的成果，参与的学生要完成数篇较高质量的数学建模报告。报告中包括问题提出的背景、问题解决方案的设计、问题解决的过程、合作过程、结果的评价以及参考文献等。这既是学生学习成长的记录，又是课程可贵的资源。

### 三、高中数学建模“双课堂”实验的内容设计总框图

高中数学建模“双课堂”课程如下图。下图中课时数中的 60%左右是网上学习的“虚拟课时”，40%左右是“真实课堂”的学习。

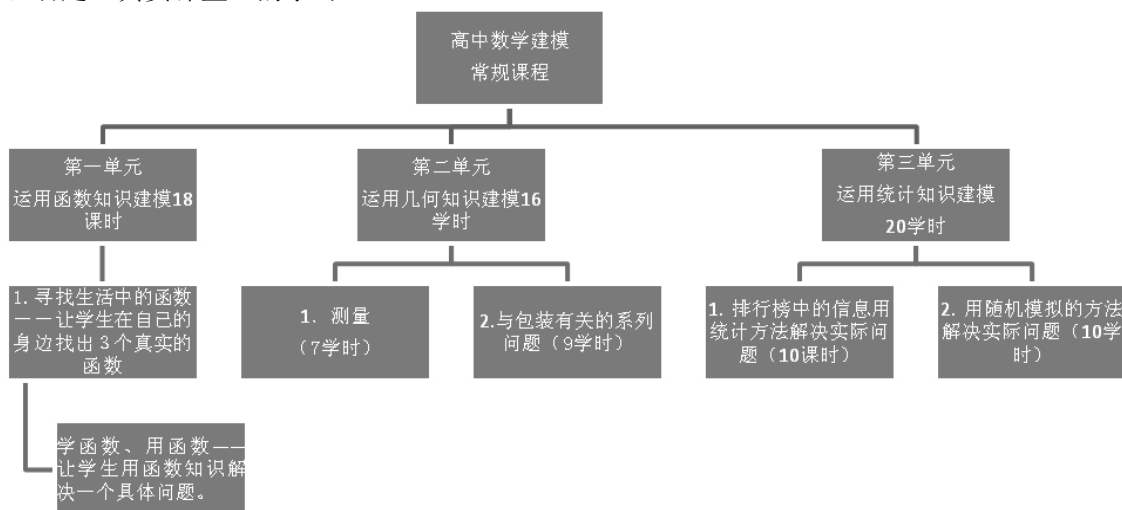


图 1 高中数学建模“双课堂”课程图

常规课程共有 3 个建模单元，每一个建模单元模块基本由四个操作环节组成，分别是选题、开题、做题、结题。

选题的任务是学习阅读资料包里的相关文献，梳理知识，形成问题，在小组里交流，最后形成小组集体打算做的小课题。

开题的任务是经过小组内外的学习讨论，初步理出解决本组提出问题的想法，或技术路线，或

初步的实施方案，最后形成一个开题报告。

做题的任务是全组分工合作，按前面设计的实施方案真实寻求结果的过程，可以集体多次讨论、网上求助、进一步学习、反复查找相关资料、选择合适的工具、实施测算、撰写报告…等，最后形成一系列的成果，如表示结果的数据公式、文字报告，软件、照片或视频、实物模型等。

结题的任务是将自己小组成果用结题报告或小论文的形式提交，在网上相互交流，回收同学的评价，进一步修改充实成果。在指导老师的指导下，组织现实课堂的交流汇报答辩会，给出评价意见等。评价结果包括两部分：一是建模过程完成质量的定性评价成绩（等级分数）；二是特色成绩，主要用评语方式表现成果在某些方面的特点、出彩点、创新点。可由指导教师结合学生之间在网上做出的评价给出。

经过多次讨论，我们确定了如下中学数学建模“双课堂”课程的核心操作理念：问题引领、先学后做、化教为助、组间碰撞、网上交互、实课解惑、资源累加、共同发展。

#### 四、实施过程和效果

2008年10月，数学建模“双课堂”项目实验正式启动，参加实验学的校有北大附中、北京第15中学、北京第19中学、北京（亦庄）新技术开发区实验中学。各实验校的课程进展的相关数据如下表：（2008年12月—2009年3月）

表1 实验校课程进程相关数据统计

实验校	北京大学 附属中学	北京 第15中学	北京 第19中学	北京（亦庄） 经济技术开发区 实验中学
注册班数	11	2	1	3
注册学生数	494	83	43	41
网上原始学习资源数	81	40	16	11
学生交流帖数	5383	48	40	216
学生学习小组个数	122	33	8	11
学生自主选择的课题数	122	33	8	6

双课堂通过在网上建立学习平台，为学生提供的学习资源，学生完成作业网上提交，在线交流体会，网上给出对别人成果的分析 and 评价，在真实课堂里开题，网上、网下的交流等环节推进课程。2008年12月底之前，各学校成立的项目组，实验班，学习小组，完成了启动、动员、网上注册等准备工作，之后将网上提供的学习资源经过讨论、选择、改造后上传到网络学习平台的学习资源区。学生通过网络和真实课堂的学习，加上自己的思考，就可以确定了自己建模的主题，大概能明白数学建模应该怎么做，自己的建模论文应该往哪方面去做。

以北大附中为例，我们以函数建模为载体，2009年高一年级学生11个班均参与其中。学生所分小组数为122组，每组课题准备期间，每位学生完成网上作业8个，网上参与其他组课题讨论时间约两个星期。

学生课题内容涉及非常广泛，包括球类，田径运动，商场销售，商品营销，个人消费，银行存贷款利率，股票，期货，交通，地物测量，文学及生活中各种事物数量变化规律等等。这种创新意识首先仍然体现在学生的选题上。丰富的选题体现了学生试图用数学的眼光来观察生活问题的努力，以及无所不在的想象力和创新能力。北大附中学生的建模论文选题就有176个。

随后，各校按照教学设计的相关要求，分别组织了2课时的真实课堂的建模基础知识的学习讲解。2课时的网上学习，了解函数建模的内容，学习前几届学生的函数建模的成果，提出自己找到的“真实的函数”，经讨论提出了小组要借助于函数解决的问题。进而教师又组织了网上的学习和交流，在班级以上的范围组织了真实课堂的“开题报告会”。学生分组利用课外的时间和寒假进行具体的建模和解决实际问题的的工作，2-3月份各校又组织了网上和真实课堂的交流和辅导，寒假过后，各校组织了学生结题报告会。

在此基础上，北京市教育学会在2010年4月14日组织了一个项目成果交流报告会，教育部、

市区教委的领导参加了这次汇报交流。结题报告会现场，四个学校的8组学生的数学建模成果做了报告。学生们从容、自信地和在场的领导、专家对话，学生之间的交流也高潮迭起——相互学习，相互鼓励，相互质疑，相互提改进建议，有错误大胆承认，不怕揭短，真诚热情，每一组学生的报告都有掌声迎送。

我们再看北京（安庄）新技术开发区实验学校参与实验的学生，这些学生的中考分在200—400分的范围中，是一个基础明显薄弱的班。他们参与数学建模网络双课堂学习后的效果如何呢？，主持该校实验的辛华老师在项目的观察报告中写道：

网络学习注册人数37，坚持学完的25人，占注册人数68%。25名同学中，有2个小组，7名同学参加了北京市高中生数学建模优秀小组汇报，其中有4名同学获得2010年北京市双课堂“数学建模”实验校数学建模成果二等奖，有4名同学获得2010年数学建模成果鼓励奖。这些基础比较差学生通过双课堂的学习，有21名同学觉得数学原来是一门有意思的学科，并提高了学好数学的信心，这部分同学占坚持完成人数的84%；有4名同学觉得数学还是蛮难的，但认为自己可以解决一些简单的数学问题，这部分同学占坚持完成人数的16%。通过活动后期的汇报及感受反馈，100%的同学认为此活动加强了自己与同学的合作能力、沟通能力和信心。有一组同学这样写到：“最大的收获就是我们树立了信心，刚开始的时候真的想过要放弃，因为有那么多的事情要做，真的觉得它好难，自己根本就不可能完成。可当我看到我们的开题、结题报告都做的那么精彩、反复修改的PPT变的那么漂亮，心里就特别的高兴，那种感觉都不能用语言来形容，我第一次觉得原来我们也可以这么棒！在今后的学习生活当中，不论我们做什么都一定会继续发扬数学建模精神的！”。

两所基础相对弱一点的学校的学生，他们做的题目和结果并不深奥复杂，但他们态度变化、执着的学习探究精神，团队合作、胜不骄败不馁的态度，答辩成功后击掌相拥的情景，感动了现场的领导、老师和同学。教育部基础司的领导在现场观课后，称赞学生的选题关注社会民生，很有社会责任感，建模过程本身就有丰富的教育价值。然而这只是一个起点，在接下来的学习中，他们学习（不仅仅是学习数学）的自信心和兴趣有了很大的提高，对周围的同学也产生了很好的影响。同我们的希望的一样，中学数学建模的开展不只是精英学生的游戏，而是可以使不同程度的学生，通过数学建模的学习获得应用数学的经验，获得成功的体验，这对所有学生都是难能可贵的人生体验，对他们的成长和今后在社会上的发展大有裨益。

到2010年6月第二轮实验结束。两轮实验参与的教师20余名，参与实验学生约1500名。共完成了函数建模、统计建模等课程设计包，素材资源包约5000余条（含学生做的生成性资源），学生通过网络学习，探索实践，师生经历选题、开题、做题、结题四个环节，仅用了不超过9节的真实课堂，高效完成了该用18节以上课时的学习任务，有效改变了学生的学习方式，得到家长和学生自己的肯定。完成了300多件建模论文成果，其中参加部分实验的学生带着他们在双课堂学习的成果，参加北京市高中数学知识应用论文竞赛，获奖的论文成果就有48项。

参与实验的北大附中、北京第19中、北京第15中都把数学建模变成了学校特色、教研组的特色去建设，一直到今年还一直坚持这项课程实验，涌现出一批开展数学建模的行家能手，推出了一批优秀成果，并进一步推广到其他学科。北京市开展数学建模活动的中学由原来的3所扩大到60多所，还有部分中专、中技学校也参与了进来。2012年北京市高中数学知识应用论文竞赛参赛的学生已经超过3000人，上交的建模论文已经超过1300篇。

“双课堂”数学建模教学实验的创新点是：

(1) 数学建模的“双课堂”实施，真实地改变了教与学的方式，学生的参与度大幅提升，动态的学习资源的生成与消费滚动发展，评价的多元和过程性评价得以实现，学生创新能力的提升有了一个真实的可操作、可展现的平台。建模不再是少数优秀生的专利，基础稍差贪玩的“小鸟”也飞回来做数学探究了！

(2) 我们的教学实践真实的回答了许多数学教师提出的“数学建模虽然在国家课程标准有要求，但没时间、没条件、学生基础差做不了”等疑惑。在网络条件下我们的操作流程节省了一半的“真

实课堂”时间，给出了可操作的数学建模双课堂学习流程——选题、开题、做题、结题。

(3)“双课堂”模式利用数字化技术的存储功能和网络的交互功能，开发、存储丰富的课程资源，突破了新课程实验中课程资源不足的局限，还突破时间和空间的限制，可以实现学生跨班级、跨年级、跨校、跨区域学习，一定程度上解决了校间、区域间发展不均衡问题，建立了优质教育资源的共享机制，为个体学生平等、自由地选择学习提供了可能。它还完整地记录和呈现学生的学习过程，促进综合素质评价的有效实施。也为数学建模网络课程的滚动发展提供了可能。

### 五、本项目的后继成果、影响力、问题和努力方向

1. 2010年7月到2011年10月，我们对实验结果进行了认真的反思和总结，完成了项目的研究报告，编辑出版了专著《理解数学——中学数学建模的实践案例与探索》<sup>1</sup>。还在“中国多媒体与网络教学学报（电子版）”<sup>2</sup>上编辑出版经验介绍的光盘（内含团队成果的三篇文章，学生优秀成果的六篇论文的节选，采访团队主要成员的视频）。我们研究的成果，主要分析解决了以下问题：

从课程角度，搭建了中学数学建模课程的理论框架。

从教学模式角度，特别是通过对双课堂项目的教学全过程和实施和效果的分析，给出了中学数学建模的核心操作的四个环节：选题、开题、做题、结题。说明中学数学建模的教学是可做的，也是能做好的。

从建模操作角度，给出了双课堂建模的核心操作理念是：问题引领、先学后做、化教为助、组间碰撞、网上交互、实课解惑、资源累加、共同发展。

从建模的学习角度，分析了数学建模课程对学生自主学习方式的正向的影响。

从教师专业发展角度，证明了数学建模确实可以帮助教师转变观念，拓展教法，转变角色，找到新的发展方向。

从课程资源发展的角度，特别提出了数学建模的网络学习中动态的课程资源观。

从评价的角度，提出了数学建模评价需要关注什么，网络条件下能做什么？

从建模课程发展的角度，介绍了我们已经成功实践的几种建模的“延拓”形式，如数学实验等。

2. 我们的成果和论文在全国的数学教育产生了较大的影响，在谷歌上检索“张思明和数学建模”0.24秒就有53800相关网页，百度上有26900个相关网页。在CNKI上我们的建模论文被下载314次引用19次（20120910统计）。北京市教委为此专门编写了特级教师研究丛书《张思明：中学数学建模的拓荒者》<sup>3</sup>。

在2010年第二届中欧基础教育课程发展会议上，我们的成果做了专题介绍，得到了与会国内外来宾的赞赏的积极反响，并有3篇团队成员的论文收入该会议的论文集。2009年起教育部新课程（数学）的远程培训，我们课题组的全体老师全程参加了网上教学，介绍了我们的研究和成果。“继教网”专门用我们的教学素材制作了专题的培训节目，受到参训教师的好评。

3. 我们所做项目尚没有很好解决和期待解决的问题是：

如何将数学建模的教与学的方式更有效融入常规教学中去；

如何更有效地利用网络条件，更有效地解决师资、评价的困难；

如何归纳和提炼数学建模对学生创新能力提升的作用点；

如何从数学、数学教育学、一般学习理论等角度，提升数学建模的教与学的策略和课程价值；

4. 在教育部课程中心、首师大、北京教育学会的支持和指导下，我们团队目前正在制作从小学、初中到高中的数学建模系列教与学用书，并进一步研究、拓展网络学习的新形式和新手段，争取把我们的研究成果进一步拓展、放大。为高效培养会学习，能创新的学生和教师，做出我们的努力和贡献。

<sup>1</sup> 张思明著，海峡出版发行集团，福建教育出版社2012年2月出版，26万字。

<sup>2</sup> 清华大学，中国多媒体与网络教学学报2012年第1期

<sup>3</sup> 申炜等著，教育科学出版社2010年11月

