

数形结合思想在小学数学课程中的具体体现和教学建议

丁雁玲 王彦伟 马荣燕 吴建成
(北京市东城区教师研修中心)

一、研究背景

《数学课程标准》在修订过程对培养目标在具体表述上做了调整，在“双基”的基础上，提出了“四基”，突出了渗透数学思想的重要性。这就要求每一位教师能将数学思想活化为数学教学思想贯穿到教学的每一个环节，让学生形成用数学思想引领自己思考的意识。

小学数学教学研究的对象，概括起来就是数和形两个方面。“数”与“形”是贯穿整个中小学数学教材的两条主线，更是贯穿小学数学教学始终的基本内容。“数”与“形”的相互转化、结合既是数学的重要思想，更是解题的重要方法。然而，数形结合思想的内涵是什么、小学数学教师对其的理解怎样、在小学数学课程中具体怎样体现，又如何渗透于教学之中等问题都有待研究。

我们对本区部分数学教师与学生进行了问卷调查和访谈。通过调研发现，数形结合思想虽然已被广大教师所认识，其理论与实践探索也渐趋深入，但是在实际教学中部分教师仍然过分重视知识的传授或大量的习题训练，一些数学思想往往会被忽视，课堂教学渗透数学思想也比较随意、盲目，缺少计划性、有序性、过程性。对于数形结合思想，有的教师仅看成是解题的手段，这种理解的偏颇，造成学生只能停留在解题方法一招一式的模仿上，缺乏形数互译的意识，对数学本质理解肤浅，对问题的审视不能站在一定的高度，问题的解决缺乏灵活驾驭的能力。

鉴于以上教与学的现实，作为区级教研员与学校教学干部，承担着为一线教师课改实验献计献策，提供业务指导与支持的任务，为此我们确定了“数形结合思想在小学数学课程中的具体体现和教学建议”的课题研究。旨在通过研究明晰认识，为一线教师提供具体、可操作的策略与建议，为课堂教学服务。

二、研究过程

“数形结合思想在小学数学课程中的具体体现和教学建议”的课题研究基于2003年9月至2008年7月历时五年的“小学数学课堂教学中基础知识与创新意识实效性策略的研究”课题，此课题重点研究了小学数学基础知识与创新意识培养关系、情境创设的实效性策略、数学思想方法有效渗透的策略，其中对函数思想、极限思想、数形结合思想等进行了初步探索，论文成果荣获第三届北京市基础教育教学成果奖一等奖。由于数形结合的思想体现了代数和几何中最精彩的方面：几何图形的形象直观，便于理解；代数方法的一般性、可操作性，便于把握，它是学好小学数学的重要思想方法，更承载了为中学数学打好基础的任务。为此，我们继续申报了区教育科学规划课题，集中对数形结合思想进行进一步深入研究探索。

此课题自2007年11月至2010年6月历时四年，研究过程注重了阶段性与连续性的有机结合，步步深入。

第一阶段（2007年11月至2008年7月），重点对数形结合思想在小学数学课程中的具体体现进行系统研究。通过问卷调研访谈，文献检索、走访专家，确定课题研究重点，界定数形结合思想在小学数学教学中的涵义，构建教材梳理框架。依据框架将人教课标实验版1-6年级数学教材中体现数形结合思想的内容进行系统梳理与分类。由于数形结合思想在小学数学课程中的具体体现要发挥它在课堂教学中的效益，还必须为一线教师探索出实效性策略，提供操作性的教学建议。为此我们又进行了第二阶段的实践研究。

第二阶段（2008年7月至2010年6月），重点对渗透数形结合思想的策略和教学建议进行了深入

研究。从“以形助数、以数辅形”两条线索展开，以数与代数、空间与图形、统计与概率等领域能渗透数形结合思想的知识为载体，收集已有案例，开发新案例，进行课堂实践探索，再对形成的实践案例分析归类，形成相关的教学策略并对数形结合思想在教学中的应用提出具体的教学建议。

三、研究成果及创新

通过四年的研究取得了显著成效。课题研究引领了全区小学数学课堂教学改革的方向，促进了学生的可持续发展与教师的专业成长。

(一) 理论成果

1. 解读数形结合思想的在小学数学教学中的涵义

“数”与“形”是贯穿整个中小学数学教材的两条主线，更是贯穿小学数学教学始

终的基本内容。我们对“数形结合”的理解，就是把数学问题中的数量关系与空间形式结合起来进行思维，以形助数、以数辅形，让数与形各展其长，优势互补，相辅相成，达到逻辑思维与形象思维的完美统一，从而使所要解决的问题化难为易、化繁为简。

2. 梳理数形结合思想在小学数学教材中的具体体现

(1) 构建教材梳理框架

内容领域	册数	教材呈现	数形结合意图简析	使用说明
数与代数				
空间与图形				
统计与概率				

(2) 系统梳理教材内容

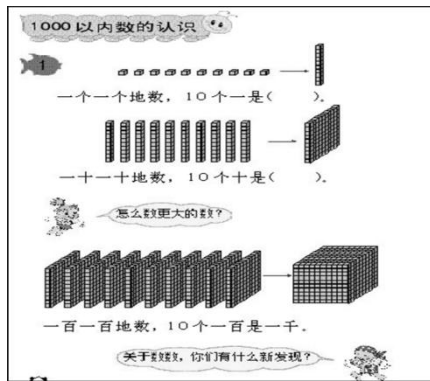
内容领域	第三册	教材呈现	数形结合意图简析	使用说明
数与代数	人教课标版 二年级上册 第二单元 “100以内 加减法” (P18)	<p>举例 4: 两位数减两位数(退位减法)</p>	<p>本题是以形助数。借助操作材料——小棒，展现“56-18”的笔算过程，并帮助学生理解退位减法笔算道理，利于学生掌握笔算方法。</p>	<p>①先摆出56小棒(5捆与6根零散的) ②“个位上6减8不够减,怎么办?” ③学生操作:把五捆中1捆小棒解开,使之与个位上的6根组合是16根,16根中拿走8根,剩下8根;再从剩下4捆中拿走1捆剩下3捆,合起来3捆8根。 ④用竖式怎么表示?(尝试计算) ⑤为什么十位是3?(结合操作说明) ⑥小组交流:从十位减起方便吗?用小棒来研究一下。 ⑦结合小棒与算式说方法,建立数图间的联系。</p>

(3) 教材内容表现分类

通过梳理教材发现数形结合思想在小学教材中有着广泛的体现，主要表现在以下几方面。

①借助形的直观进行理解

例如：教材在编写数与代数领域中的数的认识、数的运算等内容时广泛采用了以形辅数的方式，加强直观，促进理解。

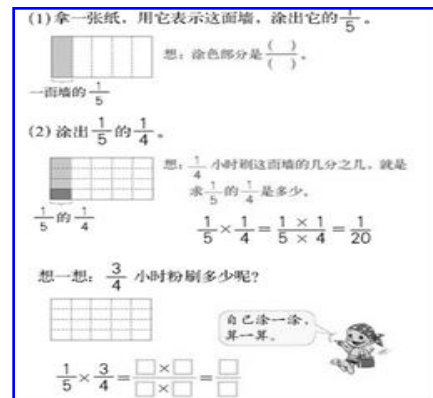


②提供一种思维的方式

借助数形结合，把几何问题代数化，代数问题几何化，为研究问题提供新的思维方式。



几何问题代数化



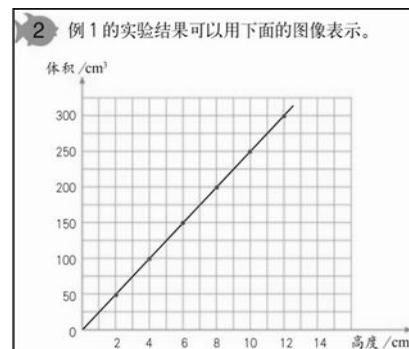
代数问题几何化

③借助数形结合多重表达

例如：教材中的正比例意义的内容，通过列表、图像、关系式等多重表征理解正比例概念的本质。

高度/cm	2	4	6	8	10	12
体积/cm ³	50	100	150	200	250	300
底面积/cm ²						

如果用字母 x 和 y 表示两种相关联的量，用 k 表示它们的比值（一定），正比例关系可以用下面的式子表示：

$$\frac{y}{x} = k \text{ (一定)}$$


3. 形成在小学数学教学中渗透数形结合思想的策略

(1) 以形助数显直观

①以形助数，把握概念本质

生动、形象的图形能将枯燥的数学知识趣味化、直观化，让学生从中获得“学习有趣的情感体验，进而引导学生进行探索，将兴趣逐渐转化为动力，达到认识概念本质的目的。

②以形助数，化解学习难点

数形结合不仅是一种数学思想，也是一种的教学方法。对于教学中学生难以理解、掌握的教学内容或者是容易引起混淆和产生错误的教学内容，教师可以利用“形”，把抽象的概念、复杂的运算变得形象、直观，丰富学生的表象，引发联想，探索规律，得出结论。

③以形助数，理解数量关系

在数学教学中，可以通过形数结合的训练，在解决问题时能自觉提取直观图、线段

图等来帮助解决问题，强化数形对应，把复杂的问题简单化、明朗化，抽象的问题形象化，以提高学生分析比较、综合运用知识解决问题的能力。

④以形助数，探索数学规律

利用“形”把复杂的数量关系和抽象的数学概念变得形象、具体，利于学生探索规律，得到结论。在数学教学中可以根据数与形的转化，让学生学会构造几何模型来直观描述数学问题的能力，这样不仅可以发展学生的形象思维能力，而且通过数形结合达到锻炼思维的创造性的目的。

(2) 以数辅形助思维

“形”具有直观形象的优势，但也有其粗略、繁琐和不便于表达的劣势。只有以简洁的数学描述、形式化的数模型表达“形”的特性，才能更好地体现数学抽象化与形式化的魅力，使儿童更准确地把握“形”的特点。

①以数辅形，揭示图形特点

对几何图形性质的判断、一些结论的获取，有时由于作图困难，仅凭借图形的直观难以获得正确结论，而通过具体计算，或通过字母运算的推导就一目了然了。这里可以充分看到“数”的严谨性和“形”对其的不可替代性。

②以数辅形，渗透代数思想

有些图形问题看似属于形的范畴，但是如果我们只从形的角度直观观察是无法得到结果的，即便学生猜到结果其结果也是缺少依据的，因此在教学中必须要引导学生从数的角度去加以说明甚至于去证明。在这一过程中学生还可以逐步认识到数不仅可以是一些具体的数，抽象的字母也可以表示数，从而渗透了初步的代数思想。

4. 提出小学数学教学渗透数形结合思想策略的建议

由于数形结合思想的重要作用，在小学数学教学中应有意识地渗透。但是还应认识到数形结合是一把“双刃剑”，在实际教学中不可夸大某一方面的作用，应从整体把握，使二者相辅相成。

①早期渗透“形”的语言

让学生及早接触形的语言，为后面利用形刻画数奠定基础，培养学生使用数形结合的意识。

②认识常用直观模型

在日常教学中，教师可以有意识的引导学生认识多种直观模型。例如：实物、点子图、面积模型和数线等。这些模型在课堂上不断呈现，使学生认识到在数学学习中直观模型的重要作用。

③鼓励使用多种表征

鼓励学生早期使用多种表征，使经验多样化，有助于培养学生用自己的方式解决问题的兴趣，也是未来学习的基础。

④培养数形转化意识

在日常教学中，结合具体内容，有意识的培养学生见数想形，因形思数，使数与形结合，培养学生数形相互转化的意识。

(二) 实践成果

1. 促进了学生的可持续发展

(1) 学生学会从“数”与“形”两个角度认识数学，逐渐形成了对数与形之间化归与转化的意识。

(2) 利用图形描述和分析问题的能力显著增强。学生能运用一些基本图形研究问题，敢于利用数形转换的策略独立探究问题，解决开放性问题的水平明显提高，创新意识得到加强。

(3) 学生善于质疑、勇于发现，好奇心和探索精神得到培养。

2. 促进了教师的专业发展

课题研究进一步促进了教师的专业发展，体现在：

(1) 教师的观念不断更新，认识水平不断提高。

(2) 教师的研究意识逐步增强，研究能力逐步形成。

(3) 教师的学科素养不断提升，教学水平显著提高。

教师能够将研究的数学策略自觉应用于自身的教学实践,在教学设计时注重将数学思想方法有意识地融入,在教学实施过程中注重创设有效的教学环节,适时渗透数学思想方法,使数学课堂充满活力。

(三) 研究方法创新

1. 选题创新,注重课程资源开发与促进有效教学有机结合。
2. 设计创新,注重研究阶段性与连续性的有机结合。
3. 实施创新,注重将文献学习、课堂实践与教学策略建构有机结合。
4. 组织形式创新,注重教学与教研,教研与科研,科研与教师专业发展有机结合。

四、成果应用与推广

(一) 成果应用

1. 课题研究推动了本区小学数学课堂教学改革向纵深发展

本课题研究成果借助三级研修体系,在全区各小学数学课堂教学中被广泛应用,在小学数学课程改革中发挥了重要的引领作用。

2. 课题研究有效促进了教师专业化发展

锻炼了一批具有先进教育理念,较强教学管理能力的教学干部。培养了一批具有创新意识,大胆探索,勇于实践的骨干教师队伍。本课题研究实验教师课参加全国和北京市等各级各类课堂教学评优活动均获得优异成绩。

3. 学生在数学学习中,从学会到会学、乐学,提高了学业成就水平

在数学学习中,学生能独立思考、自主探究,在获得基本知识和基本技能的同时,体会感悟到知识技能背后更为本质的东西——知识的产生与发展、基本数学思想方法,积累起数学活动经验,形成从数学角度思考问题的意识,获得从实际问题中获取数学信息的能力、将实际问题抽象为数学问题并加以分析解决的能力,他们敢于善于质疑、勇于发现,乐于创造,数学素养得到有效发展。

(二) 成果推广

1. 此项研究于2007年被批准为东城区教育科学“十一五”规划课题,并通过全区数学研修活动落实实验理念,指导课堂教学研究。

2. 2007年王彦伟老师在“北京市级学科带头人和骨干教师”培训中宣讲优秀论文“数形结合思想在小学数学教学中应用研究”,获得好评。

3. 2008年7月,受北京师范大学之邀,在走进美妙数学花园论坛活动中,教研员丁雁玲做“如何在小学数学教学中渗透思想方法”的专题讲座。

4. 2009年北京教育学院学报刊登了我们的论文,文中介绍了我区开展“小学数学教学中数形结合思想的研究”课题的研究历程及所取得的成果,有效地使研究成果在全市得以展示推广。

5. 2010年9月丁雁玲、王彦伟老师中国教育学会举办的“教师在课题研究中成长、在教学实践中历练”研讨交流活动中做课题汇报“在小学数学教学中渗透数形结合思想的有效策略”。

6. 2010年6月丁雁玲、王彦伟老师在北京基础教育研究中心举办的市级小学数学教研活动中做专题发言《如何在小学数学教学中渗透数形结合思想》。

7. 2011年6月丁雁玲、王彦伟老师在中国教育学会举办的“全国小学教学方法创新实验与研究”课题成果展示活动中作“思想引领课堂——渗透‘数形结合’的策略”主题发言。

8. 2011年10月丁雁玲、王彦伟老师在“促进北京市农村地区小学数学教师专业发展培训”项目中被聘为指导专家,讲授有关“数形结合思想在小学数学教学中有效渗透”的课程。

9. 2012年1月王彦伟在“促进北京市小学数学教师专业发展培训”活动中作“思想引领课堂——数学教学中渗透‘数形结合’的策略”讲座,获得大家好评。

(三) 预期应用

伴随着课程改革的深入发展,借势于《数学课程标准(2011年版)》理念学习与行为跟进,我们将进一步发挥课题研究成果的辐射、推动作用,提高应用价值,奉献给教师具体可感的有效策略,奉献给学生终身受益的思想方法。

