

# 让错误成为教学资源的实践探索

刘芳 王雷 蔡宇清 朱立 李霞  
(中国农业科学院附属小学)

## 一、研究目标与意义

### (一) 研究目标

历年来, 我校各年级在数学监测中, 空间与图形这部分内容的得分率最低。为了提高学生的成绩, 我们加强了这部分内容的教学研究, 也特别注重了错题的讲解与改错的环节, 力求从教师的课堂 40 分钟和学生的纠错改错中要质量, 但是收到的成果甚微。

分析以前的做法发现: 我们的教学研究与学生的错误没有有机融合起来, 没有达到“教的法子是根据学的法子”而定的效果; 教师们害怕学生犯错误, 对待学生的错误有时会有厌烦情绪, 甚至对出错的孩子加以指责, 指导学生改错的形式是“先批后改”, 行为简单粗暴。

但是, 学生在数学学习中, 产生错误是一种既正常又普遍的自然现象, 错误是不可避免的, 是有规律的, 是重要的教学资源。它无论对学生的数学学习, 还是对教师的教学都有着重要的价值和意义。利用好这一资源, 有利于我们提高教学时效性。基于以上思考, 我们确立了错误研究的主题, 展开了空间与图形领域中的数学错误研究。因此, 我们确定的研究目标如下:

1. 在空间与图形领域大量收集学生错题;
2. 整理归类, 初步分析原因形成错题集;
3. 挑选典型的错例进行案例分析;
4. 根据案例分析进行错误资源化的教学尝试。

### (二) 研究意义

1. 以学生错误研究为契机, 树立正确地错误观

只有认识到错误的重要性, 从心理上接受学生的错误, 才能使错误真正变为教学资源。两年前, 我们对我校的小学教师进行调查研究发现, 教师对待学生的数学错误的态度还没有达到课标所倡导的水平。一些教师害怕学生出错, 对待学生的错误有时会有情绪, 表现出厌烦的态度, 甚至对出错的孩子加以指责。随着研究的深入开展, 老师们的教学观也在悄然的发生着变化。对待错误的态度由之前的害怕变成了欣赏, 能够积极的面对错误、分析错误、利用错误, 看到了错误的巨大教学价值。

2. 通过错例的归类与分析, 形成科学有效地教学行为

对数学错误有了正确的认识后, 我们的行为也发生了许多的变化。之前由于害怕错误, 所以我们会想尽办法去避免错误, 在形成正确的错误观、认识到错误的价值后, 我们不仅不会去避免错误, 反之我们还会在课堂上设计一些环节让学生的错误充分的暴露出来, 寻找错误的规律以及背后的原因, 利用错误引导孩子学习。之前我们厌恶错误, 面对错误, 我们总是先批后改, 行为简单粗暴, 现在的我们积极的去面对错误, 整理分析错误, 运用错误, 真正把错误作为了很好的教学资源。

## 二、研究内容与方法

### (一) 研究内容

为了研究空间与图形领域内的学生错例, 探索错误资源化的教学探索, 我们确定了以下的研究内容:

1. 辨别错误的标准;
2. 分析错误产生的原因;
3. 归类类似错误, 形成某一类错误的教学案例。

### (二) 研究方法

为了达到以上内容的研究，我们采用了以下的研究方法：

### 1. 文献法

“文献法也称历史文献法，就是搜集和分析研究各种现存的有关文献资料，从中选取信息，以达到某种调查研究目的的方法。它所解决的是如何在浩如烟海的文献群中选取适用于课题的资料，并对这些资料做出恰当的分析和使用的问题。文献法具有历史性、灵活性、继承性、创新性。”对于本研究而言，主要用文献法分析和整理已有的关于小学生数学错误的研究和已有理论。

### 2. 案例研究法

案例研究法本身出自于企业管理，在2006年《现代企业管理词典》中案例研究法被定义为一种教学或培训的方法，内容为把具体情况详细介绍给学员并提出问题，让学员分析和解决。对于本研究而言，主要用案例研究法把学生的具体错误进行整理，并结合相关理论和具体情境进行原因分析，并形成教学策略。

## 三、研究过程与研究结论

### (一) 研究过程

在学校生长教育理念的指引下，我校根据自身的实际情况，展开了“让错误成为教学资源的实践探索”的研究。

1. 确定研究方案。在确定研究主题之后，我们广泛查阅了关于错误研究和关于学习空间与图形内容的文献。虽然对错误研究有了初步的了解，但是对如何一步步有效开展错误研究没有清晰的脉络。于是我们请到一直致力于错误研究的首都师范大学郜舒竹教授对我们进行指导，为我们确定了切实可行的实施方案：在真实的情境中收集、整理学生的错误、挑出典型的错误案例并进行原因分析、通过思考讨论提出针对性的教学策略，使我们的研究迈出了科学的第一步。研究模式图1：

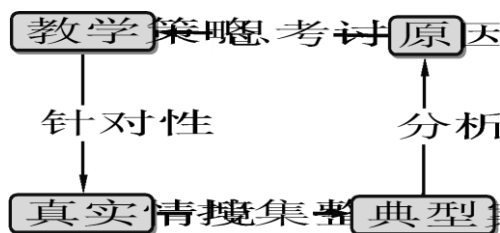


图1 研究的模式

2. 搜集错误案例。在这个研究思路的引导下，我校首先在空间与图形领域进行了大胆的尝试，在空间与图形这部分教学时，全校所有数学老师通过测验、课上提问、学生作业、交谈等。收集了大量的错误案例，为《错误案例集——直面学生真实的思维过程》、《错题分类集——展现教师的集体智慧》积累了大量的原始资料，并以照片的形式进行记录，以保证案例取材的真实性。

3. 整理案例。在整理案例时我们遵循以下原则：普遍性、典型性、真实性，特别关注答案相同的，方法类似的错误。我们先以年级组为单位对错误进行了简单的分类，然后汇总到数学大组，每个年级的老师拿出各年级最典型的案例进行讨论，最后把所有错误案例进行分类，按错误类型进行分析整理，最终形成了《错误案例集——直面学生真实的思维过程》《错题分类集——展现教师的集体智慧》两本错误案例集，供全校教师共同参考。

4. 进行案例分析。我们深知错误的产生远远不只是因为学生的马虎等表面的原因，错误背后定有其合理的原因。可是面对这些典型的错误案例，我们分析起来总感到力不从心。于是我们再次请到了郜舒竹教授为我们进行了“如何分析错误”的专题讲座。在郜教授的悉心指导下，我们打开了思路，对选取的典型案列进行了深入的思考，从教学、学习等多个角度对错误进行了阐述，在此基础上教师们撰写了大量的错误案例论文，如：周兴华老师的“那些我们该犯的错”一文从学生的年龄思维特点分析了一年级孩子常见的错误，蔡宇清老师的“巧用尺子，学会估计”针对孩子们常犯的测量错误提出了如何正确估算的教学策略。最终我们把老师们的错误案例论文汇总成一本《教师错误案例分析集——读懂学生的错误》。

5. 设计教学策略。针对各类错误的错因,我们设计了行之有效的教学策略,并在教学中进行了尝试,形成了数节以错误进行教学的研究课,如:周兴华老师在《20以内数的认识》、《退位减法》课堂上让学生充分暴露学习中的错误,根据学生的错误进行教学。冯林老师的《长正方体表面积》复习课引导学生对错题进行整理归类,做出大数学报,并把研究错误的方法示范给学生。错误研究课型已基本成型,正在全校全面开展。

6. 经验推广。把错误研究的经验推广到其他三大领域,有了空间与图形的错误研究经验,我们很快把研究的领域拓展到了数与代数、统计与概率、综合运用三大领域,在保留原有研究思路的基础上,加入了新的研究方法,取得了很好的效果。

## (二) 研究结论

### 1. 错误是必然的、普遍的,教师要接受学生错误的合理性

数学的特点之一是高度的抽象性,其形式化的符号表达对于只有具体形象思维的小学生来讲是困难的,比如,学习新知识时缺乏认知经验,或是本身那个知识就复杂。因此,学生在学习的过程中犯错误是必然的。只要是人,就会犯错误。华罗庚先生曾说:“天下只有哑巴没有说过错话;天下只有白痴没有想错过问题;天下没有数学家没算错过题的”,因此,犯错对于正常的人来讲也是必然的。因此,从学生的成长角度和认知角度来讲,在数学的学习过程出现错误是一定的。

另外,在数学中每个知识领域,学生都会出现不同程度的问题。比如,空间与图形领域中,不同年级学生会出问题,同一个知识点下,不同的学生也会出问题,可以说,错误是普遍出现在学习的过程中的。可能出现在课前、课中、或课后作业中,甚至同一问题长期出现在学生后期学习中,对于这种“顽固性”的错误,如果教师仍然持厌烦情绪与避错、纠错策略,那只会事倍功半。

通过我校所有数学老师收集学生错题的过程,我们认识到了错误的普遍性与必然性,开始在内心反思自己以前的避错倾向,逐步形成接受学生错误、宽容、欣赏、研究学生错误的积极意识。

### 2. 错误是有规律的,教师要研究学生错误原因

学生的错误千差万别,非常丰富。任何一个错误的背后都有一些让教师意外的想法,为了探寻学生错误背后的火热思考,我们在发现规律的时候循序渐进,分了三步走,首先,查阅文献,厘清错误的辨别标准,即只有违背了规律的才算错误,而那些不符合标准算法的写法不算错误;其次,我们每个数学教师在学生平时的练习中,大量地收集错例,在本年级汇总之后进行初步的原因介绍,在全校的数学教研组汇报修改之后,形成了以年级为单位的学生错题集。我们欣喜地发现了以下几种类型的错题:直观依赖型、情感偏好型、尾音干扰型、过程型错误、经验干扰型、混淆型错误等,这些发现不仅成为很好的学情调研素材,也为教师今后的针对性教学提供参考依据。

### 3. 错误是可以利用的,教师要探索错误资源化的教学

在以前的教学里,教师对于学生错误的问题大部分是直接指出,缺少了一个“自我否定”的过程。而学生的错误不可能单纯依靠正面的示范和反复的练习得到纠正,而必须是一个“自我否定”的过程,基于我校师生有待提高的数学错误观,我们开始了错误资源化的教学实践探索

#### (1) 教师开展“数学错误”研究,学生阅读名人犯错误的故事,携手树立正确的数学错误观。

怀特海说:“畏惧错误就是毁灭进步。”恩格斯说:“要明确地懂得理论,最好的道理就是从本身的错误当中,从亲身经历的痛苦体验中去学习”。这些名言警句在一定程度反映出错误的价值。但是在目前的教学实践中,教师和学生对于错误的认识是不利于错误资源化的教学的。在对学生的访谈中,我们发现大部分学生认为错误意味着失败、耻辱、害怕,大部分教师认为学生的错误要么是学生不认真,要么是自己的教学效果低下,这种凭感觉学习与工作的状态都不是一个理性的人。

而一个有成就的人,他们对待错误的态度就很积极。数学家哈莫斯说:“数学家X的一个漏洞或一个误述,正好是数学家Y所需要用以发现真理的东西。”科学家爱因斯坦说:“一个人在科学探索的道路上,走过弯路,犯过错误,并不是坏事,更不是耻辱,要在实践中勇于承认和改正错误。”哲学家黑格尔指出:“错误本身乃是“达到真理的一个必要的环节”。企业家比尔盖茨说:“如果你一事无成,不是你父母的错,所以不要只会对自己犯的错误的发牢骚,要从错误中去学习。”而目前我们的

学生和教师关于错误的认识是存在偏差的，因此需要从观念上采取措施帮助教师和学生树立正确的数学错误观。

在本次研究中，我校数学教师通过对数学错题的研究，发现了错题背后学生的火热思考，通过自己的进一步加工分析，分析错题原因并形成教学案例，把新鲜出炉的研究成果及时地运用到教学实践中去，在这个过程中，教师不断地反思着自己对学生反复出错的认识。同时，教师通过讲解数学家或科学家犯错误的故事，鼓励学生积极勇敢地面对自己在学习过程中出现的错误，从而达到从错误中学习的效果。

#### (2) “容错——导错——用错”的教学实践

容错，宽容地对待学生出现的数学错误，这是我们在做这个错误研究之后的态度转变。面对学生课堂练习中的反复出现，我们不再急躁，而是多了一句：“某某同学，你的这种方法真独特，能给我们大家讲讲吗？”当同学在课堂上回答问题出现错误时，本来他已经害羞地低下了头，可是却听到我们老师温柔的话语：“刚才是谁启发了我们这么多的思考啊，快把掌声送给他”，该生低着头不好意思地笑了。当学生出现错误后及时改正时，同学们会大声喊出三个字“错得好”，并向那个同学报以热烈的掌声。当学生在课堂上由于某种原因回答不出问题时，不再是以前的“我来、我来”的七嘴八舌，而是同学们齐声的高呼“某某同学加油”的呐喊，可见，教师的容错态度也能深深地影响班里的每一个学生。

导错，有效地引导学生的错误，帮助学生直至数学本质。要想有效地引导学生的错误，首先需要教师的耐心倾听与舍得放手，我校的黄雪老师导错方面有一定的教学尝试。有一次，她在教学正六边形的内角和时，有学生用  $180^\circ$  去乘 6，出现这样的情况，黄老师并没有给予纠正，而是让学生观察、分析，后来学生发现了那个学生的想法是把正六边形中间的部分给算进去了，画错的同学恍然大悟。可是，一个高高举起的小手打破了课堂的沉寂，一个孩子说，老师，我还发现了多边形的内角和公式可以是  $180^\circ N - 360^\circ$ ，这个意外的生成让黄老师惊讶不已。于是，便有了后面黄老师引导学生沟通  $180^\circ N - 360^\circ$  与标准公式  $180^\circ (N - 2)$  的联系。在这个案例中，如果没有黄老师的“放”，就没有后面的导错之后的精彩生成。

用错，利用错误进行教学尝试。我校的李霞老师在教学《三角形的分类》第一课时发现，教师经常会选择书上的这道题：用一个信封遮住三角形的两个角，只露出其中的一个角，首先是直角，让学生判断被遮住的是什么三角形？其次是钝角，最后是锐角，组织学生进行辨析。但是学生看见锐角时判断三角形时常常出错，因为他们之前有一定的思维定势，认为有一个角是直角或钝角的三角形就是直角或钝角三角形，那么有一个角是锐角的三角形就一定是锐角三角形。基于这一点，李老师树立书上的习题发现，在教材中没有直接的例题，相应的练习题和习题也少，而此类的练习题又经常碰到，老师不能只做一些范例的讲解，而应对知识对一些较深入、全面的归纳和分析。所以，她在本单元的复习课上对此种类型的题进行了变式与讨论。

### 四、研究成效与反思

#### (一) 研究成效

开展此次研究，我们取得了一些显著的效果，下面从学生、教师、学校三方面来展开。

##### 1. 学生方面

(1) 从学生的态度上看，学生不再害怕出错。

在研究数学错误的课题之前，我们对学生有关“错误”的认识进行了一次调研，调查的结果显示，60%的学生都认为错误与“失败与耻辱”有关。但是，经过教师的研究错误之后，教师对待学生错误的积极态度也降低了学生对错误的恐惧。在实施错误研究之后的一年之后，我们接着对以前做问卷的同学再次进行了追踪调查发现，78%的同学也认同当出现了数学学习上的错误时，及时纠正并自己找出原因是最有效的学习方法。

2. 从学生的行为上看，他们积极面对数学错误，并尝试进行简单的整理归类

以前，孩子们改正错误的方式一般是教师先批改，但是总出现一个错误反复出现的现象。在“错

误资源化”思想的引导下，教师们引导学生在平时收集自己的错题，形成一个错题本，并进行初步的归类。

在一次五年级长正方体表面积与体积的复习课里，学生们做了一份这部分内容的错题分析报，并进行了精彩的汇报。报纸的内容主要包括以往自己的错题类型，易错点分析，错题再练。

### 3. 从学生的学业成绩看，学生的成绩呈不断上升的趋势

自从开展了错误研究的课题，我校的教师们积极进行变错误为教学资源的尝试。五3班的数学老师把学生平时的错题拍成照片做成PPT，在每个单元复习时进行讲解，让学生自己去寻找错误原因，达到的教学效果可以从以下不断上升的学生学习成绩看出来，具体如图2。

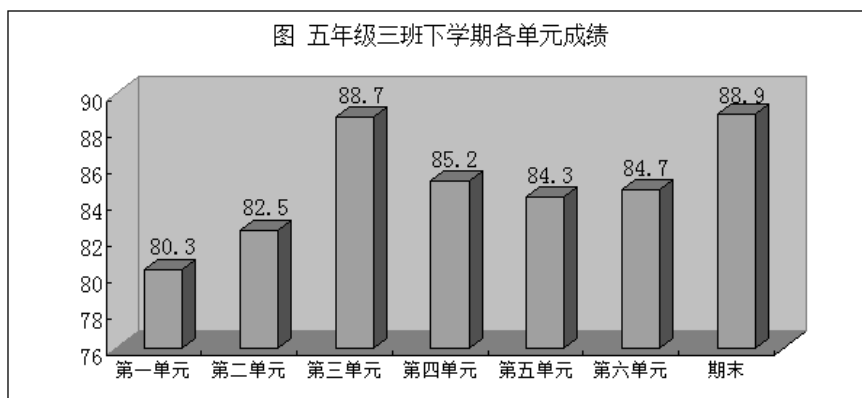


图 2 五年级三班下学期各单元成绩

## 2. 教师方面

### (1) 从态度上看，教师逐渐形成了正确的“学生错误认识观”

以前，一提到到错误，教师就很头疼。不断的订错改错，结果还是导致一错再错。但是错误研究之后，我校大部分教师都同意错误资源化理念。于是，我们的教师开始主动地分析错误背后的合理性，尝试着去发现学生的思维规律。比如，现在我们的教师已经以新的角度来看乘法竖式中的错误，发现了一种受尾音影响的选择型错误。

### (2) 从科学研究上看，教师们提高了自己的科研水平

教师在这个过程中，尝试分析错误背后的合理性，并撰写错误案例分析小论文。通过收集整理错题、然后选取典型案例进行原因分析、思考讨论得到相应的教学策略的过程，每个教师就自己收集的典型案例进行了初步的分类整理，也撰写了小论文，全校数学教师共计24篇，如：一年级周兴华老师的“那些我们‘该’犯的 error”，四年级李霞老师的“易错题也能越变越有趣”，陈爱红老师的“一道错题引发的思考”，六年级朱立老师的“从错题中寻找高年级学生图形与几何问题的审题方法”，各位教师从不同的角度进行了错误原因的分析。

### (3) 从教学实践看，教师们开始尝试“错误资源化”的教学

有了以上案例分析的支撑，错误资源化的教学便应运而生。首先，我们全体教师一起学习实验二小华应龙老师的差错资源化的思想。然后，从个别教师开始，学习华老师的一些方法，如，五年级的某老师为了帮助学生形成正确的差错观，经常让学生上网查找数学家、科学家对待错误的故事，不定期在数学课上讲，还向学生们推荐书籍《科学失误的故事》等，帮助学生认识到错误是正常的，差错是创造的开始。此外，还把平时收集到的错误照片整理成ppt，在复习课的时候拿出来进行针对性的讲解。

## 3. 学校方面

数学错误的研究在一定程度上丰富了学校的办学理念，提供了学校的生源情况与升学率。

### (1) 数学错误的研究丰富了学校的“生长教育理念”

我校的生长教育的核心价值观是“健康生长”，数学错误的研究就能够帮助学生健康成长。因为人的一生免不了犯错误，在学校我们的教师以容错与融错的态度去看待学生的错误，对学生的心里

具有很大的安抚作用，避免了孩子在惧怕错误的氛围中长大；同时生长教育的目标之一是引导学生学会学习，数学错误的研究也能在一定程度上体现这一点，因为从错误中学习是最有收获的，教师通过引导学生如何改正错误，对今后的学习有很大的促进作用，并且，也是一种人生态度的熏陶。可见，我校正在以不同的方式丰富着学校生长教育的内涵，数学错误研究只是其中一个方面，但是却提供了各学科落实该理念的方向。

#### （2）数学错误的研究间接提高了学校的生源与升学率

从2011年开始，我校的一年级教学班由原来的8个班上升到10个班，学校的生源在逐渐增加。我们访谈一年级20位家长发现，现在的新生特别害怕在学校犯错误后挨骂，但是得知我们学校的教学理念之后，认为学校老师对待错误的态度是积极的，表示很愿意把孩子送到我校培养。另外，开展错误研究之后，我校的小升初工作也取得了一定的成绩，85%的学生都能升入重点初中，如人大附中、清华附中、北大附中、101中学等。

#### （二）研究反思

虽然我们的错误案例研究在一定程度上取得了一点儿进展，但是仍然有许多还未解决的问题，比如：（1）我们最后的目标之一是要提出针对性的教学策略，在教师们撰写的案例中的确涉及到了不少策略，但是一些策略还需要在实践中进一步检验；（2）错误研究本是学校生长教育理念指引下的一个分课题，目前仅限于数学方向，但是还应发挥其辐射功能，推广到其他学科中去。

