小学生数学素养评价指标体系和工具的研发与应用

杜文平　黄玉凤　李义杰　邓　宏
（北京教育科学研究院）

一、研究背景

国际教育评价协会（IEA）发起的第三次国际数学和科学研究（TIMSS）和世界经济与合作组织（OECD）发起的国际学生评价项目（PISA）（PISA 评价的内容之一是学生的数学素养）后，北京教育在实践中也逐渐关注小学生数学素养的评价和培养。自 2006 年 9 月起结合北京市小学数学课程改革的实践，开始了小学生数学素养评价的研究，以期形成系统、科学的评价体系和工具，能引导教师明确教学目标，优化课程内容，改进教学策略，提高教学技巧和能力，为培养学生的数学素养以及教育教学和考试改革提供一些思路。本研究是 4 位专职研究人员和 3 个实验区的小学数学教研员、6 所学校领导和教师近 20 位核心成员进行合作研究的产物，是研究过程和结果的总结与概括，是这个研究共同体集体智慧的结晶。

二、成果解决的问题

本研究以小学数学课程标准以及数学课程的实施为切入点开展小学生数学素养评价，并借鉴国内外评价理念及数学素养的评价理念研制适合我国国情的本土化数学素养评价指标体系，开发了评价工具，并在实践中进行运用。

（一）结合理论概念梳理深入一线调查对小学生数学素养的构成要素及内涵进行界定

到底什么是数学素养？数学素养包涵哪些内容？从文献中可知学者和研究者们众说纷纭，没有一个大家公认的概念。通过文献研究、调查法以及数理统计对数学素养的构成要素及内涵进行前期研究。在文献研究的基础上以及深入研究《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》开展了数学素养内涵调查研究。为了确定数学素养的构成要素，编制了《小学生数学素养涵义教师调查问卷》。通过调研的方法，运用聚类分析将调研的变量分成四类，呈现的结果是：①数学知识技能、数学思维能力、数学应用能力；②数学观念、数学交流、数学能力；③数学思维品质、数学人文精神、数学思想观念；④数学意识、数学情感、数学思考。

专家在数据分析的基础上，研究团队内部进行多次研讨，最后把学生的数学素养构成要素界定为数学知识技能、数学能力、数学观念和数学情感四个方面。这四个构成因素，既互相渗透、又相互不包含；既融为一体，又各自独立；既互相促进，又相互制约地发挥着推动小学生数学素养不断发展、提高，适应社会生活的能力不断增强的作用。因此，数学素养的概念包含以下要点：小学生的数学素养，是学生通过数学教育以及个体自身的实践和认识活动获得和发展、提高的；小学生的数学素养，是指学生所获得的数学知识技能、数学能力、数学观念、数学情感等方面的素质。小学生数学素养是学生适应当前及未来生活所必须具备的一种能力。

（二）结合教学实践研制了小学生数学素养评价系列指标体系

依据数学素养的内涵，确立了四个方面研究内容，即：“小学生数学知识技能评价研究”、“小学生数学能力评价研究”、“小学生数学观念评价研究”和“小学生数学情感评价研究”，形成了系列指标体系，它的研制既有自上而下过程，又有自下而上的过程。小学生数学素养评价体系的一级指标 4 项（即数学知识技能、数学能力、数学观念和数学情感）；“数学知识技能”分“概念性知识”“技能性知识”“技能应用”“简单应用”4 个二级指标；“数学能力”分“运算能力”“空间想象能力”“数学思维能力”“解决问题能力”4 个二级指标；“数学观念”分“数学的研究对象”“数学的特点”“数学的价值”3 个二级指标；“数学情感”分“学习数学的兴趣”“数学意识”“数学学习自信心”3 个二级指标。每个二级指标又下设三级指标，并有评价要素以及评价方法和工具的类型。

（三）确定小学生数学素养评价实施方案

评价实施是小学生数学素养评价方案的重要内容，与实验校教师成员共同确定实施方案，包括

实施评价的基本条件、评价的主体、评价方法、评价的具体实施、评价结果的应用。它为小学生数学素养评价提供了组织保障和支持。比如，对评价主体要求，为了更好地发挥不同评价主体的作用，在小学生数学素养评价实施过程中，确立数学教师是评价最重要的主体。同时，学生家长、同学和学生自己也是评价学生数学素养的主体。在以自主性学习为主的数学教学中，教师应引导学生建立自我评价计划，养成自我评价的习惯。

（四）在实践中研发系列的评价工具，并融入教育教学过程中

依照评价方案，小学生数学素养的评价主要分为平时评价、期中评价和期末评价，并且以平时评价为主。换句话来说，学生数学素养的评价以形成性评价为主，形成性评价和总结性评价相结合的原则。因此，编制、开发的工具也以搜集学生形成性评价信息和总结性评价信息为主。研发工具的步骤：依据指标体系初步拟定小学数学素养工具的样本→拟定评价工具初稿→试用并修改评价工具→检验评价工具的信度和效度→修改完善评价工具→运用到日常的教育教学中。实验教师结合日常的教学经过实验→检验→再实验的过程，使数学教师掌握正确的评价方法对学生的数学素养进行评价，同时也为如何培养学生的数学素养提供了指导。

具体来说，实验校老师在理解和掌握评价要素的基础上，以《数学课程标准》的要求和北京版、人教版、北师大版三个版本的《小学数学课程改革试验教材》为选取对象，根据实践经验并结合自己的教学编制三年级和五年级学生的系列评价工具。比如小学生数学知识技能评价中评价要素“能从已解决的问题中提出拓展性问题。”编制的试题为“牙膏每盒 9 元，牙刷每把 5 元；套装后每盒 12 元。买 3 盒牙膏和 3 把牙刷至少要花多少元？提出拓展性问题：买 3 盒牙膏和 4 把牙刷呢？（北京版第五册，68 页）”。再比如，小学生数学观念评价要素“生活中应用”，编制的试题为“某班要举行一次朗诵比赛，每位学生的朗读时间规定为 3 分。一位学生准备了一篇 840 个字的演讲稿，在赛前试读时，他用了 5 分，怎么办？（北师大版第六册，第 65 页）”。在编制工具过程中进一步加深对评价指标体系的理解和把握，使得评价工具的信度和效度达到一定的标准后，才可以确定下来，最后形成了三年级和五年级系列的评价工具，并运用到日常的学生素养评价中。

由于小学生数学知识技能评价、小学生数学能力评价、小学生数学观念评价和小学数学情感评价四个方面所涉及的评价内容和评价要素不同，研究团队经过多次研讨，小学生数学知识技能评价、小学生数学能力评价、小学生数学观念评价主要以观察记录表、纸笔测验、情景测验题为主要评价工具；小学数学情感评价主要以数学情感评价量表、观察记录表等为主要评价工具。

（五）初步检测学生的数学解决问题能力水平

数学能力是小学生数学素养的核心能力，而解决问题能力又是小学生数学能力的核心，对学生的解决问题能力评价成为首要关注的内容。2009 和 2010 年依据问题内容的综合程度和难度及学生对问题的熟悉程度，将评价数学解决问题能力分为三级水平：再现水平、变通水平、重构水平。依据评价工具对北京市四年级 1657 和 1121 名学生进行了检测，结果表明，北京市中小学学生数学解决问题能力发展上，四年级总体发展尚好，基本上处于再现水平或前变通水平。对学校结果反馈时，学校反响强烈，对提高数学教学起到一定指导作用。

三、成效

（一）对“数学素养”小学生数学素养评价”概念做了界定，为小学生数学素养评价研究奠定了理论基础

通过对数学素养研究的内涵进行分析，我们把“数学素养”和“小学生数学素养评价”的概念作为理论研究的重点，并围绕这两个重点对小学生数学素养评价有关的一些观点进行了研究。“数学素养”是指一种个人能力，即学生通过数学教育以及个体自身的实践和认识活动，所获得的数学知识技能、数学能力、数学观念、数学情感等方面的素质，是学生适应当前及未来生活所必须具备的一种能力。“数学素养评价”是指评价主体依据一定的标准对学生的数学知识技能、数学能力、数学观念和数学情感进行价值判断的过程。

（二）构建了系列小学生数学素养评价指标体系，为实践提供了科学性和可行性

依据理论和实践的探索，经反复研究和论证构建了数学素养的评价体系，形成了小学生数学知识技能评价指标体系、小学生数学能力评价指标体系、小学生数学观念评价指标体系和小学生数学

情感评价指标体系，同时也形成了小学生数学素养评价的指标体系。这一成果可以说是数学素养评价一项开创性工作。

（三）在实践中研发了与评价指标体系相配套的系列评价工具，并运用于实践中，为小学生数学素养日常评价提供了方法技术支持

编制学生数学素养评价三年级、五年级系列评价工具。根据研制的评价指标体系，根据课程的设置，根据每一个评价要素编制了评价工具，并在日常教学中实测、验证并修订评价工具。同时对评价工具进行信度和效度的检验，以达到研究的科学性。这些工具为教师培养学生数学素养提供了思路和依据，同时也为学生自测提供路径。

（四）初步了解了北京市小学生数学解决问题水平

依据评价工具对北京市 16 个区县的四年级学生进行了抽样检测，了解了小学生数学解决问题的现状和水平，为进一步提升数学教学质量提供依据。对解决北京市数学教学的决策问题和解决数学教学的实践问题起到了很好的指导和促进作用。

四、创新点

（一）创新了数学素养评价的理念

首先对数学素养研究的内涵进行分析，构建了小学生“数学素养”的构成要素，其次将“数学素养评价”的理念转化为一套具体的操作技术，形成了理论指导下的实践推进。

（二）提升了小学生数学素养评价的可行性和实效性

指标体系一级评价指标每个方面都不多于 4 项，二级指标都在 10 项以内，这就大大降低了评价的工作量，从而提升了学生数学素养评价的可行性。同时把学生数学素养评价与数学教育教学融为一体，提高评价结果实效性，构建了小学生数学素养评价实施的长效机制。

（三）以应用的观点，开发小学生数学素养评价工具并融入教育教学中

评价工具是依据小学生数学素养指标体系对学生的要求来设计的，并经过信度效度的检验，达到了科学要求。研究实践引入了“国际学生评价项目 PISA”的理念，但在教育教学中进行了本土化的实践，在理念和实践操作上具有一定的创新与发展。

五、成果的应用及社会影响

（一）成果在国家核心期刊上发表或转载，并获得一定奖项

本项成果得到了社会各界的认可，专题研究论文在《数学教育学报》、《教育测量与评价》等期刊上发表，部分文章还在人大复印报刊上转载，如《小学生数学素养方案研究》被人大复印资料《小学数学教学》全文转载。研究组成员的论文也多次获得全国及市级优秀论文一、二等奖，这在一定层面也扩大它的影响。

（二）成果在不同区域范围内被广泛采用与推广

1．数学素养评价研究成果被实验校普遍采用。研究组的教师能带问题研究、带问题上课，进行评价工具的开发、试测与检验。研究组的教师承担了在实验校内以及全区做课题研究课、观摩课的任务，这样就使研究成果在课题实验校内、实验校间以及区域得到了及时地推广。不仅如此，研究组教师以及他们带的班级学生其显著发展，引发了他班级的关注。所以，实验校的老师不仅将课题研究结论应用于实践，提高了教学能力，而且提升了对学生数学素养的评价和认识，真正受益的是教师和学生。

2．本项部分研究成果已被“北京市义务教育课程改革实验工作监控与评价学科组”所采用。近几年来北京市基础教育课程改革学科质量监控与评价组为更好地把握现状，为上级领导及行政部门决策提供依据，根据研究成果，监测的相关内容撰写的“北京市基础教育课程改革实验 2007～2008 学年度数学学科教学质量评价报告”（1-6 年级分别抽测 1236、1289、1324、1341、1373 和 1346 名学生；初中一年级和二年级分别抽测 1570 和 1555 名学生）、“北京市基础教育课程改革实验 2009～2010 学年度数学学科教学质量评价报告”（四年级和八年级抽测 1657 和 1264 名学生）和“北京市基础教育课程改革实验 2009～2010 学年度数学学科教学质量评价报告”（四年级和八年级抽测 1121 和 1170 名学生）已被项目组所采用，为进一步推进我市基础教育数学课程改革提出改进建议。对提高小学数学教育教学有一定的借鉴意义。